UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

ALGEBRA LINEAL 520131
Listado 3 (Vectores en $\mathbb{R}^3$)

1. Encuentre un vector que tenga norma 3 y que sea perpendicular a $(1, -4, 0)$ y $(2, 0, -7)$.
2. Sean $\vec{u} = (0, 1, -1)$, $\vec{v} = (0, 2, 1)$ y $\vec{w} = (-2, 1, 1)$. **(En práctica)**
   a) Calcule $2\vec{u} \cdot \vec{v}$, $-\vec{v} \times \vec{u}$, $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$.
   b) Encuentre un vector $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ (si existe) tal que,
      i) sea perpendicular a $\vec{u}$ y $\vec{v}$,
      ii) $\|\vec{x} - \vec{u}\| = \|\vec{x} - \vec{v}\|$ y $\|\vec{x}\| = 1$,
      iii) sea paralelo al vector $\vec{u} - \vec{v}$ y perpendicular $\vec{a} - \vec{w}$.
3. Sean $\vec{a} = (1, -1, \alpha)$ y $\vec{b} = (-2, -\alpha, 4)$ dos vectores en $\mathbb{R}^3$ con $\alpha \in \mathbb{R}$. Determine un valor de α (si existe) tal que: **(En práctica)**
   i) $\vec{a}$ es paralelo a $\vec{b}$,
   ii) $\vec{a}$ es perpendicular a $\vec{b}$,
   iii) La proyección de $\vec{b}$ sobre $\vec{a}$ sea $(-6, -12, 12)$.
4. Sean $u = (-2, 1, -2)$ y $v = (1, -2, 1)$ dos vectores en $\mathbb{R}^3$. Encuentre un vector $\vec{w} = \vec{u} + \lambda\vec{v}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, tal que $\|\vec{w}\|$ tenga el menor valor posible.
5. Determine el lugar geométrico de los vectores que forman un ángulo de 30 grados con el vector $(1, 0, \sqrt{3})$. ¿Existe alguno de la forma $(\alpha, 8, \sqrt{3}\alpha)$, con $\alpha \in \mathbb{R}$? Determínelo(s).
6. Determine un vector $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ tal que $\|\vec{x}\| = 4$ y los ángulos directores con respecto a los ejes X y Z sean 30 y 45 grados respectivamente. **(En práctica)**
7. Sean $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c} \in \mathbb{R}^3$ tal que $\vec{b}$ y $\vec{c}$ son perpendiculares y $\alpha \in \mathbb{R}$. Pruebe que si $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$, entonces $\vec{x} = \dfrac{\vec{a} \times \vec{c} + \alpha\vec{b}}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$ satisface las ecuaciones: $\vec{x} \cdot \vec{a} = \alpha$ y $\vec{x} \times \vec{b} = \vec{c}$. **(En práctica)**
8. Sean $\vec{a} = (0, -1, 2)$, $\vec{b} = (2, 0, 3)$ y $\vec{c} = (-1, 0, -2)$ tres vectores en $\mathbb{R}^3$. Pruebe que:
$$(\vec{x} \cdot \vec{a} = 0) \wedge (\vec{x} \cdot \vec{b} = 0) \wedge (\vec{x} \cdot \vec{c} = 0) \Rightarrow \vec{x} = (0, 0, 0).$$
9. Calcule el área del cuadrilatero cuyos vértices son los vectores: $(9, 10, 1)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 8, 6)$ y $(31, 21, -10)$. **(En práctica)**
10. Determine el área del triángulo cuyo vértices son los puntos $(1, 0, -1)$, $(2, -2, 3)$ y $(7, -2, 4)$.
11. Sabiendo que $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w}) = 1$ determine: **(En práctica)**
    a) $(\vec{v} \times \vec{w}) \cdot \vec{u}$.
    b) $\vec{w} \cdot (\vec{v} \times \vec{u})$.

VOE/
2020-I